

The Demand for Labor in the Long Run

DANIEL S. HAMERMESH
Michigan State University

Lucia Pániková
Ekonomický ústav SAV
lucia.panikova@gmail.com

Handbook of Labor Economics

Demand For Labor - Chapter 8, Volume I/Part 2

Abstract

3. Uvod

4. Dva vstupne faktory – teoria

5. N - vstupnych faktorov – teoria

1. Uvod

- Pokial ponuka prace nie je perfektne elasticka (neelastickost – velka zmena v cene vyvola velku zmenu v mnozstve) vzhľadom na zamestnanost (strop na pocet kvalifikovanych ludi, priemysel a uzemia), potom sa dopyt po praci v danom subsektore pretina s ponukovou funkciou na stanovenie miezd
- Tak ako na trhu s komoditami tak aj na trhu prace dopyt zavisí od ceny
- Dopad zmien ceny prace na zamestnanost a zamestnanost inych typov prace (tzv. “cross-price effects”) sa odhaduje pomocou vzťahov medzi pracou a dopytom

1. Uvod

- Informacia o tvare funkcii dopytu po praci umoznuje odhadnut zmenu mzdy pri exogennej zmene ponuky prace (ci uz demograficka zmena ponuky prace alebo preferencie pracovníkov)
 - ak sa ich ponuka posunula, tym sa posunula aj ponuka inych sektorov (tzv. “cross-quantity effects”)
- Efekty politiky, ktora meni vyrobnu cenu zamestnavatelov zavisia na strukture dopytu po praci
- Na odhad efektov dotacie na mzdy, investicnych danovych dobropisov, zmien odvodov z miezd atd. treba mat dobre odhady relevantnych parametrov, to znamena mat dobre dohady pri odhadoch dopadov politik na mzdy pri vzdelavani urcitej skupiny pracovnej sily a poznat substitucne vzťahy medzi skupinami pracovníkov

1. Uvod

- Pochopit spravenie dopytu po praci znamena rozumiet ako exogenne zmeny ovplyvnia zamestnanost a mzdy skupiny pracovníkov
- Studia je zamerana na vzťahy medzi exogennymi zmenami mzdy a urcenim prislusnej zamestnanosti a medzi exogennymi zmenami v ponuke prace a strukture relativnych miezd
- Predpokladame dokonalu konkurenciu na trhu komodit a trhu prace
- Studia sa zameriava len na dlhodobu alebo staticku teoriu dopytu po praci a na dlhodobe efekty na mzdu a ponuku prace
- Ignorujeme dynamizáciu dopytu po praci
- Vacsina oneskoreni prisposobenia dopytu po praci z dlhodobeho hladiska – zanedbateľne obdobie

2. Dva vstupne faktory – teoria

Produkcia s konstantnymi vynosmi z rozsahu

$$Y = F(L, K) \text{ .. Max}$$

ohr: $C^0 - wL - rK = 0$

kde Y – vystup, L – homogenna praca, K – homogenny kapital, r/w – exogenne ceny vstupov, C^0 – naklady

=> Hranicna hodnota vynosov („Marginal value product“) kazdeho vstupu sa rovna jeho cene (hranicna miera technickej substitucie sa rovna pomeru vyrobnny faktor-cena pre firmu maximalizujucu si zisk)

$$F_L - \lambda w = 0$$

$$F_K - \lambda r = 0$$

2. Dva vstupne faktory – teoria

- Elasticita substitucie medzi kapitalom a pracou – efekt zmeny relativnej ceny vstupnych faktorov na relativny pomer vstupov (za podmienky zachovania konst. vystupu)

$$\sigma = d \ln(K/L) / d \ln(w/r) = F_L F_K / Y F_{LK} \text{ (Allen 1938)}$$

- Vlastna cenova elasticita dopytu po praci („The own-wage elasticity of labor demand“) (za podmienky zachovania konst. vystupu a r) – zmena dopytu po zamestnaných pri zmene ich ceny

$$\eta_{LL} = -[1-s] \sigma < 0$$

kde $s = wL/Y$ – podiel prace na celkovych vynosoch („share of labor in total revenue“)

2. Dva vstupne faktory – teoria

- Krizova elasticita dopytu po praci – zmena dopytu po praci pri zmene ceny kapitalu „Cross-elasticity of demand“

$$\eta_{LK} = [1-s] \sigma > 0$$

- Rozsahovy efekt „scale effect“ – zahrna aj elasticitu dopytu po produkte (η)

$$\tilde{\eta}_{LL} = -[1-s] \sigma - s \eta$$

$$\tilde{\eta}_{LK} = [1-s] [\sigma - \eta]$$

2. Dva vstupne faktory – teoria

- Alternativny pristup k modelovaniu – minimalizacia nakladov s ohranicenim vystupu („an output constraint“)

$$C = C(w, r, Y)$$

- Z Shephardovej lemy – dopyt po praci a kapitali = hranicnym nakladom (za podmienky zachovania konst. vystupu)

$$L^* = C_w$$

$$K^* = C_r$$

Costs minimizing firm uses inputs equal to their marginal effects on costs

2. Dva vstupne faktory – teoria

- Elasticita substitucie

$$\sigma = CC_{wr} / C_w C_r$$

- Elasticita dopytu vyrobnych vstupov „Factor-demand elasticities“

$$\eta_{LL} = -[1-m] \sigma$$

$$\eta_{LK} = [1-m] \sigma$$

kde m – podiel prace na celkovych nakladoch

- Pozn. $m=s$ (linearna homogenna produkna fcia)

2. Dva vstupne faktory – teoria

- Pri predpoklade konst. vynosov z rozsahu, dopyt po vyrobnych faktoroch:

$$L = YC_w$$

$$K = YC_r$$

- Pri predpoklade dokonalej konkurencie cena $p = C$ marginalnym a priemernym nakladom

2. Dva vstupne faktory – teoria

- Elasticita komplementarity – zmena relativnej ceny pri zmene mnozstva vstupnych faktorov

$$c = 1/\sigma = \ln(w/r) / d \ln(K/L) =$$

$$C_w C_r / C C_{wr} = Y F_{LK} / F_L F_K$$

- Elasticita ceny vyrobnych vstupov „ elasticity of factor price“ (pri konstantnych hranicnych nakladoch) – krizova elasticita je zaporna - znizenie mzdy vyvola zmenu ponuky prace, zvyssia sa naklady na kapital

$$\varepsilon_{LL} = -[1-m] c$$

$$\varepsilon_{LK} = [1-m] c$$

2.1. Cobb – Douglasova technologia

- Produkčná funkcia

$$Y = L^{\alpha}K^{1-\alpha}$$

- Hranicny produkt

$$d Y/d L = \alpha Y/L$$

$$d Y/d K = (1-\alpha)Y/K$$

- Vlastna cenova elasticita dopytu po praci a krizova elasticita dopytu po praci (pri elasticite substitucie $\sigma = 1$, tj aj elasticita komplementarity $c = 1$)

$$\eta_{LL} = -[1-\alpha]$$

$$\eta_{LK} = 1-\alpha$$

2.1. Cobb – Douglasova technologia

- Pre ulohu minimalizacie nakladov – nakladovacia:

$$C(w,r,Y) = Zw^{\alpha}r^{1-\alpha}Y$$

Kde Z je konstanta

- Pouzitim Shepardovej lemy

$$L/K = \alpha/(1-\alpha) * r/w$$

2.1 Constant elasticity of substitution

- Produkčná funkcia

$$Y = [\alpha L^\rho + (1-\alpha)K^\rho]^{1/\rho}$$

- Hranicny produkt

$$dY/dL = \alpha(Y/L)^{1-\rho}$$

$$dY/dK = (1-\alpha)(Y/K)^{1-\rho}$$

- Elasticita substitucie

$$\sigma = 1/(1-\rho)$$

- Pozn: $\rho = 0 \Rightarrow$ Cobb – Douglas, $\rho = 1 \Rightarrow$ linearna funkcia, $\rho = -\infty \Rightarrow$ Leontief

2.2 Constant elasticity of substitution

- CES nakladova fcia:

$$C = Y[\alpha^\rho w^{1-\rho} + (1-\alpha)^\rho r^{1-\rho}]^{1/(1-\rho)}$$

- Dopyt po praci

$$L = d C / d w = \alpha^\rho w^{-\rho} Y$$

2.3 Generalized Leontief

- nakladova fcia:

$$C = Y\{a_{11}w + 2a_{11}w^{0.5}r^{0.5} + a_{22}r\}$$

- Pouzitim Shepardovej lemy

$$L/K = [a_{11} + a_{12}(w/r)^{-0.5}] / [a_{22} + a_{12}(w/r)^{0.5}]$$

- Pozn. ak $a_{12} \Rightarrow$ Leontief, ak $a_{11} = a_{22} \Rightarrow$ Cobb – Douglas

2.4 Translog

- nakladova fcia:

$$\ln C = \ln Y + a_0 + a_1 \ln w + 0.5b_1 (\ln w)^2 + b_2 \ln w \ln r + 0.5 b_3 (\ln r)^2 + (1 - a_1) \ln r$$

- Pouzitim Shepardovej lemy

$$L/K = r / w (a_1 + b_1 \ln w + b_2 \ln r) / ((1 - a_1) + b_2 \ln w + b_3 \ln r)$$

Pozn. ak $b_i = 0 \Rightarrow$ Cobb – Douglas

Funkcie 2.3 a 2.4 vyuzite v empirickej casti

3. N - vstupnych faktorov – teoria

- Generalizovanie teorie 2 – vstupnych faktorov
- Praca – nie vzdy sa da pokladat za agregat - rozny popis technologie (cez elasticity)

- Produkčna funkcia

$$Y = f(X_1, \dots, X_N)$$

$$\text{podm: } f_i - \lambda w_i = 0$$

- Nakladova funkcia

$$C = g(w_1, \dots, w_N, Y)$$

$$\text{podm: } X_i - \mu g_i = 0$$

3. N - vstupnych faktorov – teoria

- Parcialna elasticita substitucie (z produknej funkcie)

$$\sigma_{ij} = (Y / X_i X_j) * (F_{ij} / |FI|)$$

|FI| – determinant matice obkoleseny Hessian

- Alternativna definicia (z nakladovej funkcie)

$$\sigma_{ij} = Cg_{ij} / g_i g_j$$

3. N - vstupnych faktorov – teoria

- Elasticita dopytu po vyrobnych faktoroch

$$\eta_{ij} = d \ln X_i / d \ln w_j = (f_j X_j / Y) \sigma_{ij} = s_j \sigma_{ij}$$

$\eta_{ii} < 0$, aspon jedno $\eta_{ij} > 0$

Ak $\eta_{ij} > 0$ – hovorme o *p-substitutoch*

- Parcialna elasticita komplementarity (z produknej funkcie) – efekt percentualnej zmeny v relativnom pomere vstupov X_i/X_j na w_i/w_j

$$c_{ij} = Y f_{ij} / f_i f_j$$

3. N - vstupnych faktorov – teoria

- Alternativa (z nakladovej funkcie)

$$c_{ij} = (C / w_i w_j) * (G_{ij} / IGI)$$

IGI – determinant matice obkoleseny
Hessian

- Parcialna elasticita ceny i-teho vstupneho faktora

$$\varepsilon_{ij} = d \ln w_i / d \ln X_j = s_j c_{ij}$$

3. N - vstupnych faktorov – teoria

$\varepsilon_{ij} < 0$, aspon jedno $\varepsilon_{ij} > 0$ (tj existuje $\varepsilon_{ij} < 0$)

Ak $\varepsilon_{ij} > 0$ – hovorme o *q-komplementoch*
(zvysenie mnozstva j vyvola zvysenie ceny i)

Ak $\varepsilon_{ij} < 0$ – hovorme o *q-substitutoch* (zvysenie
mnozstva j vyvola znizenie ceny i)

Pozn: v 2-faktorovom modeli iba q-komplementy a
p-substituty

3.1 N - vstupnych faktorov – funkcie Cobb-Douglas a CES

- Cobb-Douglas nakladova funkcia

$$C = Y \prod_i w_i^{\alpha_i}, \quad \sum_i \alpha_i = 1$$

Elasticita substitucie $\sigma_{ij} = 1$ („nezaujimate pre prax“)

Parcialna elasticita komplementarity $c_{ij} = 1$

3.1 N - vstupnych faktorov – funkcie Cobb-Douglas a CES

- CES produkčna funkcia

$$Y = [\sum \beta_i X_i^\rho]^{1/\rho}, \quad \sum \beta_i = 1$$

Parcialna elasticita komplementarity $c_{ij} = 1 - \rho$

Elasticita substitucie medzi dvojicami vstupnych faktorov identicka („nezaujimave“) => dvoj-urovnova CES funkcia

3.1 N - vstupnych faktorov – funkcie Cobb-Douglas a CES

- „Two-level CES function containig M groups of inputs“

$$Y = \{[\sum \alpha_i X_i^{\rho_1}]^{v/\rho_1} + \dots + [\sum \alpha_i X_i^{\rho_M}]^{v/\rho_M}\}^{1/v}, \quad \sum_i \alpha_i = 1$$

Parcialna elasticita komplementarity pre vstupne faktory z rovnakej sub-skupiny „the same subaggregate“ $c_{ij} = 1 - \rho_k$

Z roznej sub-skupiny = rovnaka substituovatelnost vstupnych faktorov $c_{ij} = 1 - v$

3.2 Generalized Leontief

- Nakladova fcia

$$C = Y \sum_i \sum_j a_{ij} w_i^{0.5} w_j^{0.5}, \quad a_{ij} = a_{ji}$$

- Parcialna elasticita substitucie

$$\sigma_{ij} = a_{ij} / 2[X_i X_j s_i s_j]^{0.5}$$

$$\sigma_{ii} = (a_{ii} - X_i) / (2 X_i s_i)$$

3.3 Translog

- Nakladova funkcia

$$\ln C = \ln Y + a_0 + \sum_i a_i \ln w_i + 0.5 \sum_i \sum_j b_{ij} \ln w_i \ln w_j, \sum_i a_i = 1, b_{ij} = b_{ji}, \sum_i b_{ij} = 0 \text{ pre vsetky } j$$

- Parcialna elasticita substitucie

$$\sigma_{ij} = [b_{ij} + s_i s_j] / s_i s_j$$

$$\sigma_{ii} = [b_{ii} + s_i^2 - s_i] / s_i^2$$